



Ensino Médio

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Um abraço da Equipe da OBMEP!



BRASIL
UM PAÍS DE TODO!
GOVERNO FEDERAL

1. Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva seus dados no quadro (nome e endereço completos) e assine no local indicado. Assine também a lista de presença.
2. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
3. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.
4. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.

5. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
6. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
9. Não escreva nos espaços sombreados.

“Liberdade - essa palavra que o sonho humano alimenta: não há ninguém que explique, e ninguém que não entenda!”

Cecilia Kiehl

Homenagem à grande escritora e poetisa brasileira Cecília Meireles.

[illegible][illegible][illegible]

--	--	--	--	--	--	--	--

[illegible]

--	--

Assinatura

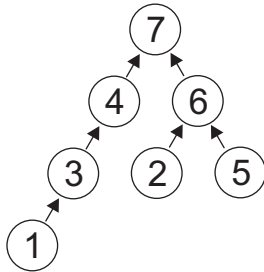
--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

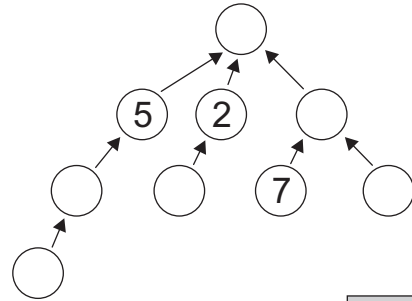
Correção Regional

Correção Nacional

(1) Os círculos da figura abaixo foram preenchidos com os números de 1 a 7, de modo que todas as flechas apontam de um número menor para um maior. Neste caso, dizemos que a figura foi *bem preenchida*.

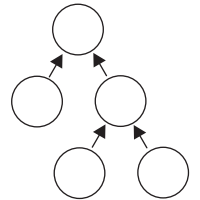


(a) Complete a figura abaixo com os números de 1 a 9 de modo que ela fique bem preenchida.



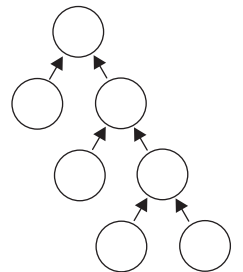
--	--

(b) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 5?



--	--

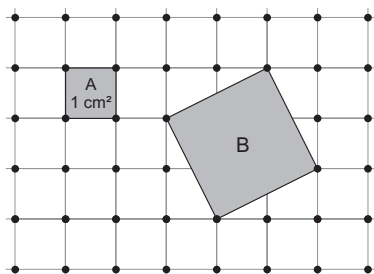
(c) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 7?



--	--

TOTAL

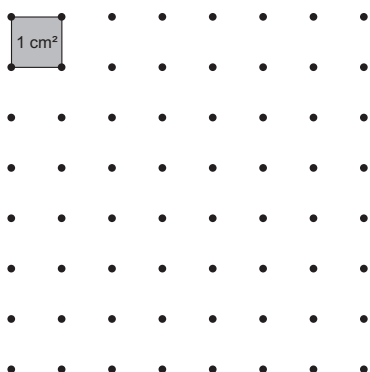
--	--



(2) Numa folha de papel marcamos pontos igualmente espaçados na horizontal e na vertical, de modo que o quadrado A tenha área 1 cm^2 , como na figura. Dizemos que um quadrado é *legal* se seus vértices são quatro desses pontos; por exemplo, os quadrados A e B são legais.

(a) Qual é a área do quadrado B?

--	--



(b) Desenhe ao lado um quadrado legal de área 13 cm^2 .

--	--

(c) Existe um quadrado legal de área 41 cm^2 ? E de área 43 cm^2 ? Justifique sua resposta.

--	--

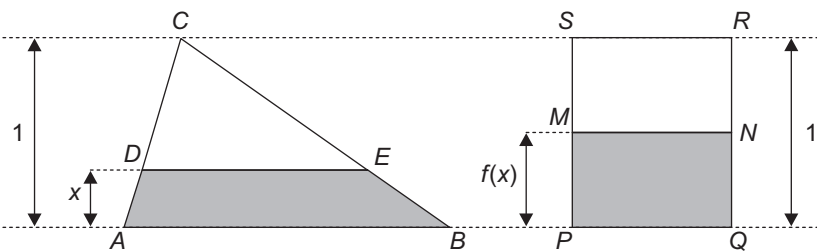
(d) Mostre que para cada quadrado legal existe outro quadrado legal com o dobro de sua área.

--	--

TOTAL

--	--

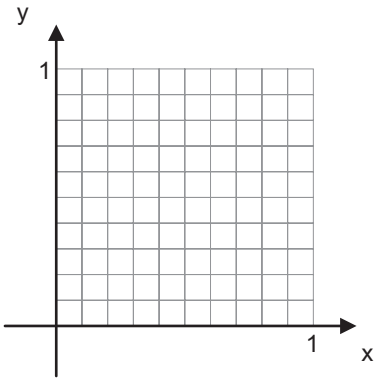
(3) Na figura, o triângulo ABC e o retângulo $PQRS$ têm a mesma área e a mesma altura 1. Para cada valor de x entre 0 e 1 desenha-se o trapézio $ABED$ de altura x e depois o retângulo $PQNM$ de área igual à do trapézio, como na figura. Seja f a função que associa a cada x a altura do retângulo $PQNM$.



(a) Qual é a razão entre AB e PQ ?

(b) Qual é o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right)$?

(c) Ache a expressão de $f(x)$ e desene o gráfico de f .



TOTAL	

(4) Quando um raio de luz incide sobre um espelho plano, ele é refletido de modo a fazer ângulos iguais com o espelho, conforme ilustrado na figura 1.

A figura 2 mostra dois espelhos que se encontram formando um ângulo α . Um raio de luz, paralelo ao espelho I, atinge o espelho II no ponto A e é refletido três vezes, até incidir perpendicularmente ao espelho I no ponto D.



Figura 1

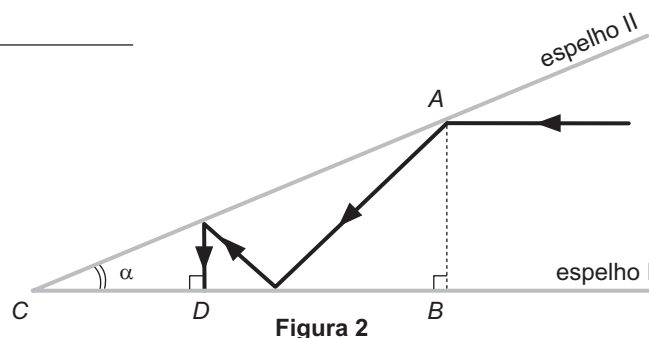


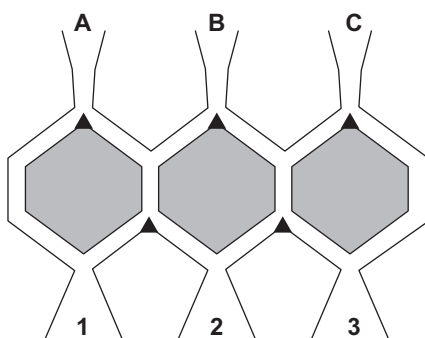
Figura 2

(a) Qual é a medida do ângulo α ?

--	--

(b) Seja AB perpendicular ao espelho I, como na figura 2. Se $AB = 10$ cm, qual é o comprimento de CD ?

TOTAL	



(5) No brinquedo ilustrado na figura, bolinhas são colocadas nas entradas **A**, **B** ou **C** e movem-se sempre para baixo, terminando em uma das caixas **1**, **2** ou **3**. Ao atingir um dos pontos marcados com **▲**, as bolinhas têm chances iguais de ir para cada um dos dois lados.

(a) Se uma bolinha for colocada em C, em quais caixas ela pode parar? E se ela for colocada em B?

(b) Se uma bolinha for colocada em A, qual é a probabilidade de que ela vá parar na caixa 2? E se ela for depositada em B, qual é essa probabilidade?

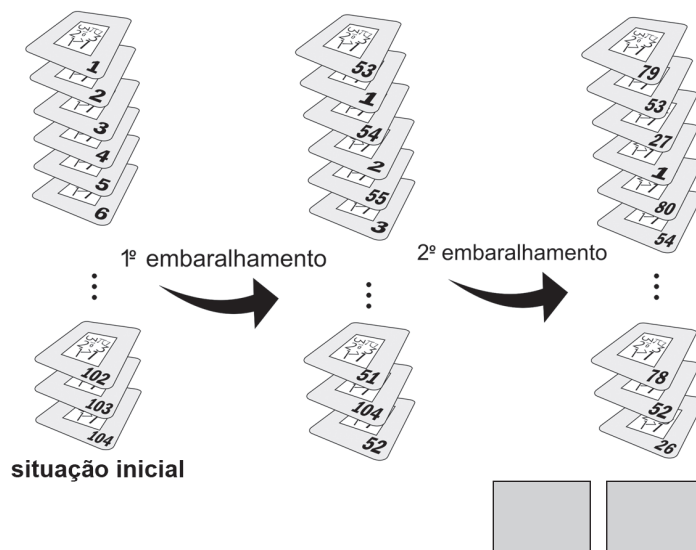
(c) Se colocarmos uma bolinha em cada entrada (uma de cada vez), qual é a probabilidade de que, no final, haja uma bolinha em cada caixa?

TOTAL

(6) Considere uma pilha de cartas numeradas de 1 a 104. Um *embaralhamento* dessa pilha consiste em intercalar as 52 cartas de cima com as 52 de baixo, de modo que a carta que estava no topo fique em segundo lugar de cima para baixo. A figura mostra dois embaralhamentos seguidos a partir da situação inicial, na qual as cartas estão dispostas em ordem crescente de cima para baixo.

(a) Complete a tabela.

número de embaralhamentos a partir da situação inicial	1	2	3	4	5	6
posição da carta de número 5 a partir do topo da pilha	10ª					



(b) Partindo da situação inicial, qual será a posição da carta de número n após um embaralhamento?

(c) Partindo da situação inicial, ache duas cartas que trocam de lugar uma com a outra a cada embaralhamento.

(d) Um grupo de três cartas que trocam de lugar entre si a cada embaralhamento é chamado *trio invariante*. Partindo da situação inicial, encontre todos os trios invariantes.

TOTAL

RASCUNHO

Cursos que Indicamos

Conheça os cursos e dê o próximo passo na sua preparação.

Clique na imagem ou no botão para acessar.



Código Matemática 2.0

Conhecer o curso



Curso Preparatório ENEM

Conhecer o curso



Curso Preparatório Redação ENEM

Conhecer o curso

